

**ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ КОЛЕБАНИЙ  
ПАРЫ «СОЛНЕЧНАЯ ШЕСТЕРНЯ – САТЕЛЛИТЫ»  
ПЛАНЕТАРНОГО РЕДУКТОРА ТУРБОВИНТОВОГО ДВИГАТЕЛЯ  
ПРИ НАЛИЧИИ ДЕФЕКТОВ БОКОВЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ЗУБЬЕВ**

© 2019

**А. Н. Крючков**

доктор технических наук, профессор, профессор кафедры  
автоматических систем энергетических установок;  
Самарский национальный исследовательский университет  
имени академика С.П. Королёва;  
[kan@ssau.ru](mailto:kan@ssau.ru)

**С. М. Плотников**

аспирант кафедры автоматических систем энергетических установок;  
Самарский национальный исследовательский университет  
имени академика С.П. Королёва;  
[s\\_plotnikov@hotmail.com](mailto:s_plotnikov@hotmail.com)

**Е. В. Сундуков**

кандидат технических наук, начальник комплексной научно-  
исследовательской лаборатории;  
ПАО «Кузнецова», г. Самара;  
[motor@kuznetsov-motors.ru](mailto:motor@kuznetsov-motors.ru)

**А. Е. Сундуков**

кандидат технических наук, директор;  
ООО «Турбина СК», г. Самара;  
[sundukov@mail.ru](mailto:sundukov@mail.ru)

Дефекты планетарных редукторов турбовинтовых двигателей часто являются источниками возбуждения высокочастотных колебаний, вызывающих поломки элементов конструкции компрессоров. Вибрационное состояние данных редукторов представляет собой широкополосный процесс с наличием большого количества составляющих колебаний, что существенно усложняет поиск информативных диагностических признаков дефектов. Для упрощения процедуры идентификации вибрации, вызванной дефектами зубчатых зацеплений, предложена имитационная модель вибрационного состояния узла дифференциального редуктора турбовинтового двигателя. Модель учитывает кинематику и конструкцию редуктора, определяет структуру его вибрационного состояния при наличии дефектов на боковых поверхностях зубьев. На примере часто встречающегося дефекта в виде износа зубьев пары «солнечная шестерня – сателлиты» показана адекватность модели фактическому вибрационному состоянию механизма.

*Турбовинтовой двигатель; планетарный редуктор; дефекты боковых поверхностей зубьев; вибродиагностика; имитационная модель.*

---

**Цитирование:** Крючков А.Н., Плотников С.М., Сундуков Е.В., Сундуков А.Е. Имитационная модель колебаний пары «солнечная шестерня – сателлиты» планетарного редуктора турбовинтового двигателя при наличии дефектов боковых поверхностей зубьев // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2019. Т. 18, № 4. С. 87-95. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-87-95

**Введение**

Виброакустическая диагностика является одним из методов выявления дефектов машин на ранних стадиях их развития. Наиболее сложным и трудоёмким является выбор диагностических признаков, обеспечивающих успешное решение диагностической задачи. В большинстве случаев выбор таких признаков ведётся на основе анализа вибрации машин в дефектном и бездефектном состояниях. Такой подход требует значительных временных и материальных затрат на разработку соответствующих методик вибродиагностики.

Применение различного рода моделей позволяет на основе использования математических методов их анализа существенно сократить указанные затраты. В качестве

диагностических моделей рассматриваются динамические, феноменологические, логические, функциональные, структурные, регрессионные и др. [1]. Выбор вида модели определяется особенностями объекта исследования, решаемой задачей, частотной областью и другими факторами.

### **Постановка задачи и метод решения**

Для авиационных редукторов планетарного типа одним из основных дефектов является износ боковых поверхностей зубчатых колес [2]. Главная опасность данного дефекта заключается в генерации вибрации, возбуждающей резонансные колебания элементов конструкции компрессора при появлении износа [3-5]. Для эффективного решения проблемы вибродиагностики этого дефекта необходимо обосновать выбор соответствующей математической модели. Большинство известных моделей решают задачи динамического нагружения зубчатой пары и оценки собственных частот колебаний. Модели, направленные на оценку вибрационного состояния узла, представлены в меньшей степени и, прежде всего, это касается планетарных редукторов. Это связано с конструктивной сложностью таких редукторов и несовпадением частот вибрации в источнике возбуждения с частотами, регистрируемыми вибродатчиками на картере редуктора [1].

Авиационный редуктор планетарного типа имеет сложную кинематику и взаимодействие отдельных элементов. Это приводит к генерации полигармонических рядов колебаний от нескольких источников. При этом, как правило, присутствуют параметрические и нелинейные колебания, приводящие к генерации субгармонических и комбинационных компонентов, составляющих, вызванных амплитудной и частотной модуляциями. Широкий частотный диапазон вибрации, генерируемый такими сложными механизмами, различие физических моделей и методов их математического описания дало основание для его разбиения на несколько частотных поддиапазонов [1;6]:

- низких частот (0 – 300 Гц);
- средних частот (300 – 2000 Гц);
- высоких частот (2 – 20 кГц);
- сверхвысоких частот (20 – 200 кГц).

Это связано с тем, что в каждом частотном поддиапазоне имеются свои возмущающие силы, своя физическая модель и соответствующая ей диагностическая модель [1].

Рассматриваемый в работе дефект, связанный с нарушением геометрии кинематической пары, относится к среднему частотному поддиапазону. Здесь колебания имеют вид квазигармонических процессов с наличием параметрических и нелинейных взаимодействий. В работе [1] отмечается, что динамическая модель в виде системы дифференциальных уравнений позволяет количественно связать дефекты зубчатых механизмов с изменением свойств виброакустических процессов в области низких частот до 300 Гц. Дефекты среднего частотного диапазона (дефекты контактирующих поверхностей) имеют слабую виброактивность. В этом случае наиболее целесообразным является построение имитационной диагностической модели.

### **Имитационная диагностическая модель**

Рассмотрим структуру имитационной модели при наличии износа боковых поверхностей зубьев пары «солнечная шестерня – сателлиты» на примере дифференциального редуктора двигателя НК-12 (рис. 1).

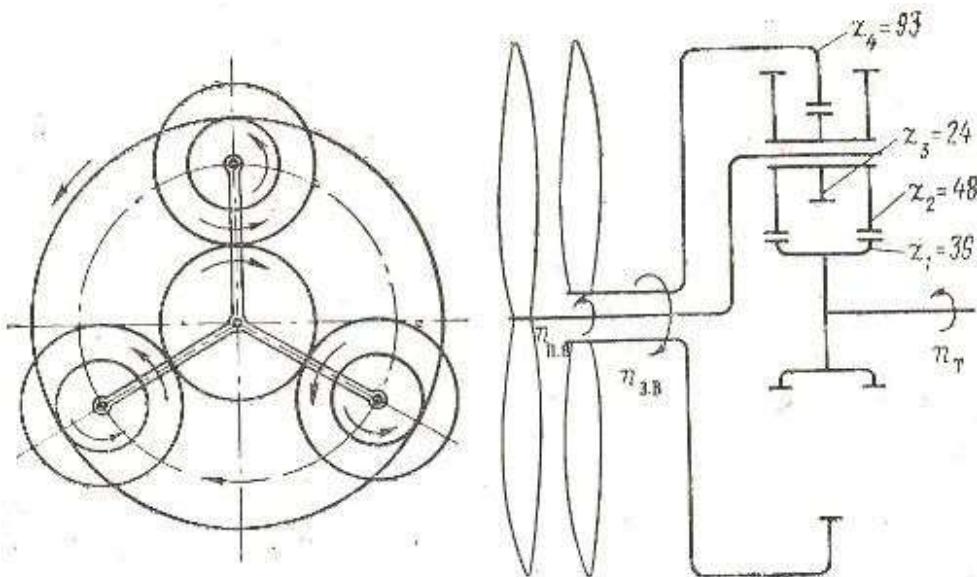


Рис. 1. Кинематическая схема дифференциального редуктора двигателя НК-12

Наибольший износ в авиационных планетарных редукторах происходит в паре «солнечная шестерня – сателлиты». Это связано, прежде всего, с высокой частотой вращения колёс пары и, соответственно, относительно высокой скоростью взаимного проскальзывания боковых поверхностей зубьев. Износ зубьев в этой паре приводит к росту бокового зазора, изменению жёсткости зацепления, ударному вхождению зубьев в зацепление, увеличению погрешности основного шага, росту кинематической погрешности. Отмеченные явления вызывают:

1. Рост интенсивности ряда составляющих с шагом  $f_p$  (частота вращения солнечной шестерни в абсолютном движении) – первый ряд модели ( $\omega_p$ ).
2. Увеличение интенсивности зубцовых гармоник (частота первой гармоники ряда равна частоте пересопряжения зубьев солнечной шестерни и сателлитов) – второй ряд модели ( $\omega_z$ ).
3. Появление ряда колебаний, вызванных дефектом зубчатого зацепления, первая составляющая которого имеет вид

$$x_1(t) = A_\delta \sin(\varphi_1 + \omega_\delta t), \quad (1)$$

где  $A_\delta$  – амплитуда составляющей на частоте попадания дефекта в зону зацепления – третьего ряда модели ( $\omega_\delta$ );  $\varphi_1$  – начальная фаза;  $\omega_\delta = 2\pi f_p^* z_c$ ,  $f_p^*$  – частота вращения солнечной шестерни в приведённом движении;  $z_c$  – число сателлитов (в рассматриваемом случае  $z_c = 3$ ).

4. Появление модулирующих составляющих спектра вибрации (амплитудных и частотных).

5. Рост интенсивности вибрационного шума в районе зубцовых составляющих.

Отдельные составляющие представляют собой квазигармонические колебания. Следуя подходам, предложенным в [1], результирующий вибрационный процесс можно представить в виде:

$$\begin{aligned}
 x(t) = & \sum_i A_i(t) \sin [i\omega_p t + \varphi_i(t)] + \sum_i A_{z_i}(t) \sin [l z_i \omega_z + \varphi_i(t)] + \\
 & + A_x(t) \sin [k \omega_x t + \varphi_x(t)] + \left[ 1 + \sum_q m_q \sin (q \Omega t) \right] \times \\
 & \times \left\{ A_x \sin (k \omega_x t + \sum_j \nu_j \sin (j \Omega t)) \right\} + \omega_u(t).
 \end{aligned} \tag{2}$$

Здесь  $A_i$  – амплитуда  $i$ -й роторной гармоники;  $\omega_p = 2\pi f_p$ ;  $\varphi_i, \varphi_k$  – начальные фазы;  $A_z$  – амплитуда зубцовой гармоники;  $m_q$  – глубина амплитудной модуляции (АМ) составляющих узкополосного процесса частотой  $q\Omega$ ;  $\Omega$  – круговая частота модулирующей составляющей (частота попадания дефекта в зону контакта, частота субгармонической или комбинационной составляющих и др.);  $A_x$  – амплитуда характерного узкополосного процесса (зубцовой составляющей, резонансной частоты узла или корпуса редуктора, узкополосной шумовой компоненты и др.);  $\omega_u$  – средняя частота узкополосного процесса;  $\nu_j$  – индекс частотной модуляции (ЧМ);  $\omega_u$  – шумовая составляющая.

Таким образом, при появлении дефекта на боковых поверхностях зубьев пары «солнечная шестерня – сателлиты» модель (1) отражает генерацию трёх квазигармонических рядов, в том числе ряда, вызванного появлением дефекта, возбуждение модуляционных составляющих, вибрационного шума около зубцовых гармоник. При этом через число сателлитов учитывается кинематика и конструкция редуктора.

Адекватность модели вибрационному состоянию механизма оценивалась на примере износа зубьев данной пары дифференциального редуктора 15 турбовинтовых двигателей НК-12МП, пришедших в ремонт. Методика измерений и обработки данных изложена в [7].

При исследовании рассматривались следующие варианты износа:

- текущий полный (износ « $a$ ») – максимальный износ зубьев центральной внутренней шестерни относительно исходной эвольвенты;
- текущий суммарный (износ « $b$ ») – сумма максимальных износов зубьев центральной внутренней шестерни и сателлитов относительно эвольвенты после последнего ремонта.

Вибрационное состояние редуктора оценивалось по вибродатчику вертикального направления, установленного на передней опоре двигателя на режиме его работы – максимальный.

Приведём данные по первому ряду модели ( $k$  – аналог кепстрапа), представленные соответствующими результатами при обработке спектра от спектра на рис. 2. Уравнение линейной аппроксимации имеет вид  $y = 17,33x - 0,158$ ; коэффициент корреляции  $r = 0,75$  (износ « $a$ »).

Приведём данные по второму ряду модели  $n_z$  на рис. 3 для  $n$ -мерного вектора от зубцовых гармоник пересопряжения зубьев солнечной шестерни и сателлитов по трём составляющим. Уравнение линейной аппроксимации имеет вид  $y = 1098x - 11,1$ ; коэффициент корреляции  $r = 0,73$  (износ « $a$ »).

Интенсивность  $n$ -мерного вектора определялась по соотношению

$$d_n = \left( \sum_{i=1}^n A_i^2 \right)^{1/2}, \tag{3}$$

где  $A_i$  – интенсивность  $i$ -й составляющей.

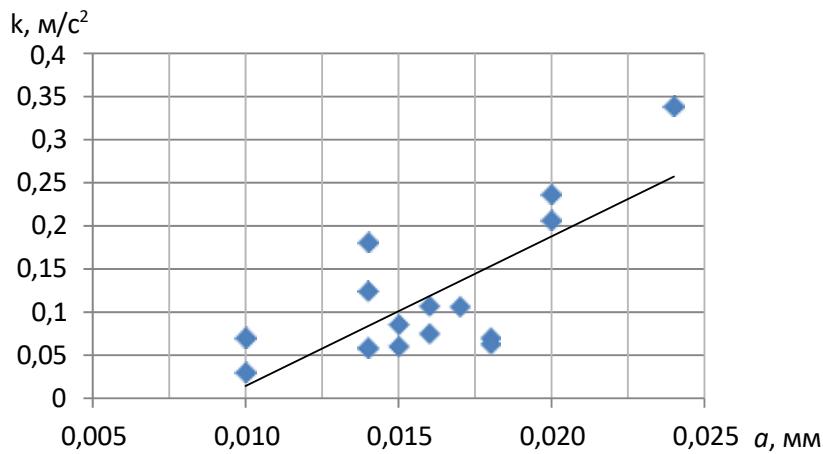


Рис. 2. Зависимость интенсивности гармоники на частоте  $f_p$  от величины текущего полного износа « $a$ »

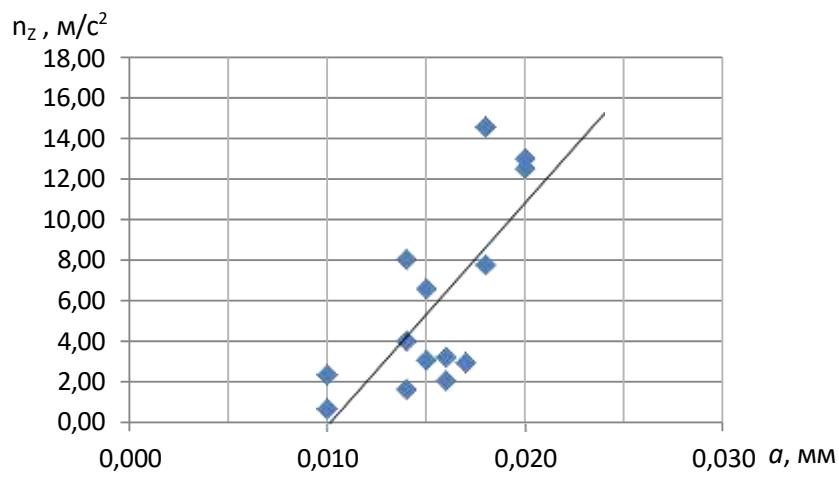


Рис. 3. Зависимость интенсивности  $n$ -мерного вектора от величины текущего полного износа « $a$ »

Приведём данные по третьему ряду модели ( $z_c$ ) на рис. 4 для  $n$ -мерного вектора от гармоники  $3f_p^*$  ( $n_3$  – первая составляющая ряда при наличии трёх сателлитов), вызванной появлением дефекта, по 12 составляющим (по всему ряду с шагом  $3f_p^*$  до зубцовой гармоники). Уравнение линейной аппроксимации имеет вид  $y = 1445x - 9,268$ ; коэффициент корреляции  $r = 0,75$  (износ « $a$ »).

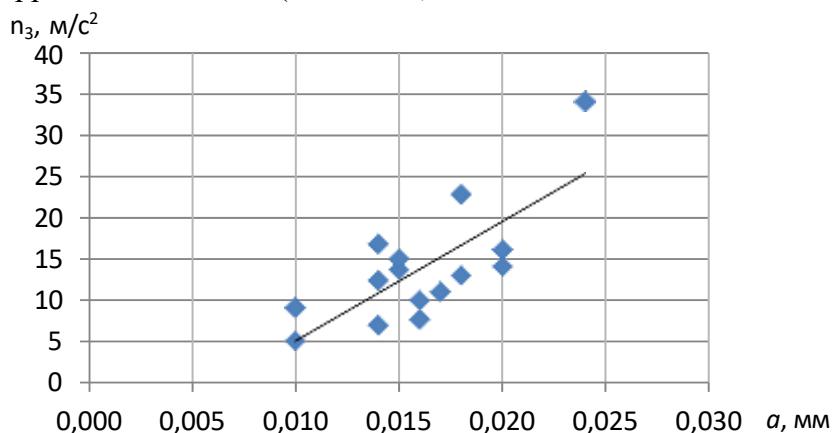


Рис. 4. Зависимость интенсивности  $n$ -мерного вектора от величины текущего полного износа « $a$ »

Рассмотрим модуляционные составляющие модели на рис. 5, где представлены данные по глубине АМ ( $m_q$ ). Уравнение линейной аппроксимации имеет вид  $y = 2,516x + 0,065$ , коэффициент корреляции  $r = 0,73$  (износ «*a*»). Данная модуляционная составляющая может иметь два источника. В первом случае она определяется как половинная от частоты, определяемой как разность между частотой вращения солнечной шестерни в приведённом движении и частотой вращения сателлитов. Во втором случае эта частота равна частоте совпадения зубьев ( $f_{cz}$ ) [8], с которой определённый зуб одного зубчатого колеса встречается с определённым зубом другого колеса [8].

Величина  $f_{cz}$  определяется по соотношению

$$f_{cz} = \frac{f_{z1}M_{\max}}{z_1 z_2}, \quad (4)$$

где  $f_{z1}$  – частота первой зубцовой гармоники;  $M_{\max}$  – наибольший общий множитель в количестве зубьев зубчатых колёс.

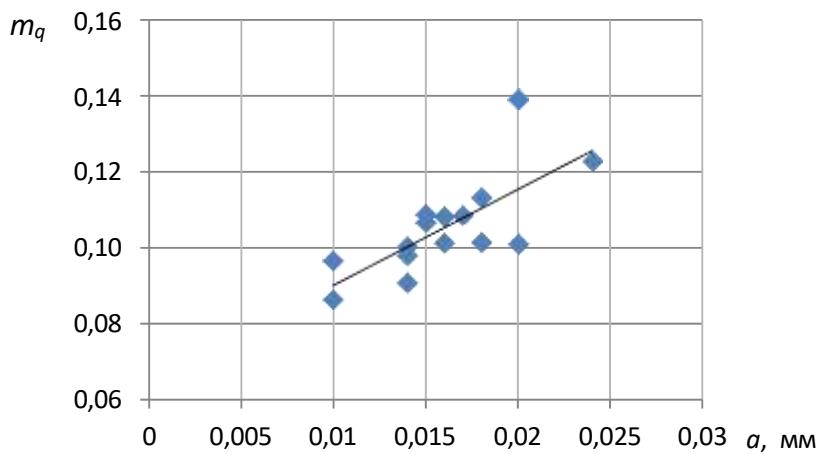


Рис. 5. Зависимость глубины АМ ( $m_q$ ) на частоте 15,8 Гц от величины текущего полного износа «*a*»

На рис. 6 представлены соответствующие данные для индекса ЧМ ( $v_j$ ) на частоте 15,8 Гц. Уравнение линейной аппроксимации имеет вид  $y = 2,445x + 0,067$ ; коэффициент корреляции  $r = 0,68$  (износ «*b*»).

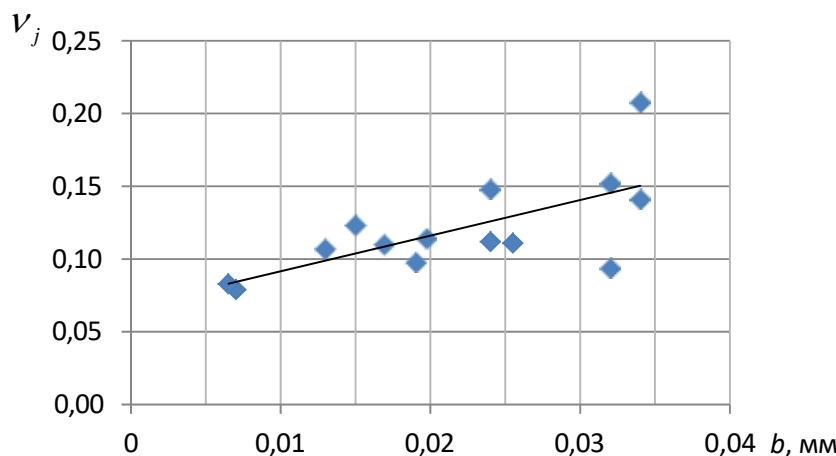


Рис. 6. Зависимость индекса ЧМ ( $v_j$ ) от величины текущего суммарного износа «*b*»

Шумовая составляющая модели ( $\omega_{uu}$ ) на рис. 7 представлена данными, показывающими изменение её интенсивности при износе зубьев дифференциального редуктора в рассматриваемой паре. Видно, что интенсивность шума в районе зубцовой гармоники  $A_{z1}$  для двигателя с износом (рис. 7, а) в восемь раз выше интенсивности шума для двигателя, прошедшего ремонт (рис. 7, б).

Полученные данные показывают соответствие структуры модели фактическому вибрационному состоянию дифференциального редуктора при наличии дефектов на боковых поверхностях зубьев.

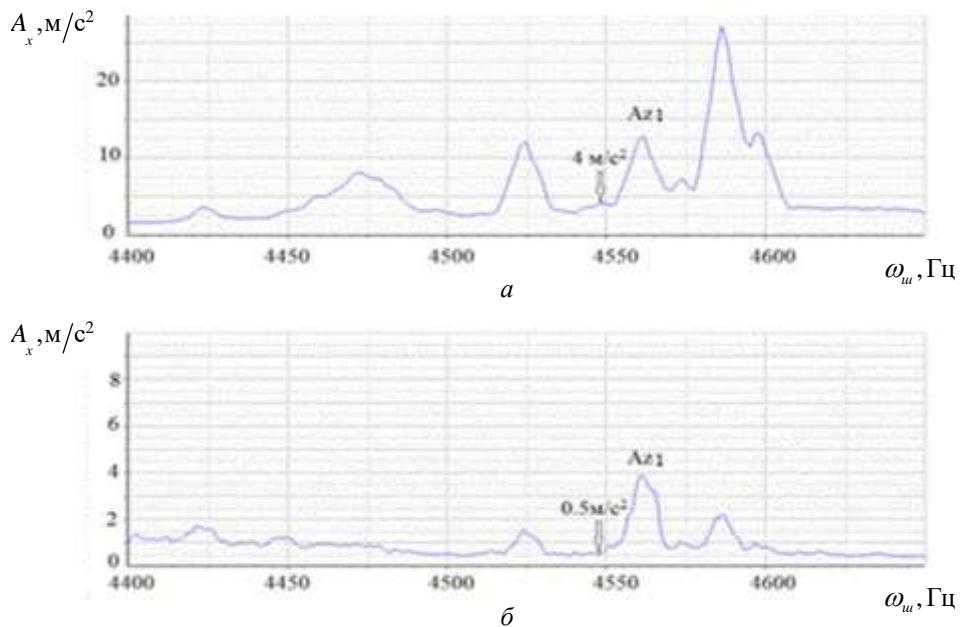


Рис. 7. Фрагменты автоспектра вибрации:  
а – двигатель с износом шестерён редуктора; б – двигатель после ремонта

### Заключение

Предложенная имитационная модель колебаний пары «солнечная шестерня – сателлиты» планетарного редуктора газотурбинного двигателя при наличии дефектов на боковой поверхности зубьев учитывает кинематику и конструкцию редуктора, позволяет оценить соответствующие изменения структуры вибрационного процесса узла механизма и выбрать соответствующие диагностические признаки.

Адекватность модели реальному вибрационному состоянию редуктора подтверждена полученными экспериментальными данными. Использование модели позволит упростить процедуру выявления диагностических признаков дефектов на боковых поверхностях зубьев планетарных редукторов.

### Библиографический список

- Генкин М.Д., Соколова А.Г. Виброакустическая диагностика машин и механизмов. М.: Машиностроение, 1987. 283 с.
- Авиационные зубчатые передачи и редукторы: справочник / под ред. Э.Б. Вулгакова. М.: Машиностроение, 1981. 374 с.
- Елисеев Ю.С., Крымов В.В., Нежурин И.П., Новиков В.С., Рыжов Н.М. Производство зубчатых колёс газотурбинных двигателей. М.: Высшая школа, 2001. 493 с.

4. Чуйко В.М. А.Г. Ивченко – стратег, организатор, учёный, конструктор // Конверсия в машиностроении. 2004. № 4. С. 103-106.
5. Курушин М.И., Балыкин В.Б., Курушин А.М. Экспериментальные исследования причин возбуждения колебаний элементов турбовинтового двигателя с дифференциальным редуктором // Известия Самарского научного центра РАН. 2014. Т. 16, № 4. С. 132-136.
6. Вибрация энергетических машин: справочное пособие / под ред. Н.В. Григорьева. Л.: Машиностроение. 1974. 464 с.
7. Авраменко А.А., Крючков А.Н., Плотников С.М., Сундуков Е.В., Сундуков А.Е. Совершенствование методов вибродиагностики износа зубьев шестерён дифференциального редуктора турбовинтового двигателя // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2018. Т. 17, № 3. С. 16-26. DOI: 10.18287/2541-7533-2018-17-3-16-26
8. Костюков В.Н., Науменко А.П., Бойченко С.Н., Тарасов Е.В. Основы виброакустической диагностики машинного оборудования: учеб. пособие. Омск: НТЦ «Динамика», 2007. 286 с.

## SIMULATION MODEL OF OSCILLATIONS OF THE “SUN GEAR – SATELLITES” PAIR OF TURBOPROP ENGINE PLANETARY REDUCTION GEARBOX IN THE PRESENCE OF DEFECTS OF TOOTH FLANKS

© 2019

<b>A. N. Kryuchkov</b>	Doctor of Science (Engineering), Professor, Department of Automatic Systems of Power Plants; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; <a href="mailto:kan@ssau.ru">kan@ssau.ru</a>
<b>S. M. Plotnikov</b>	Graduate Student, Department of Automatic System of Power Plants; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; <a href="mailto:s_plotnikov@hotmail.com">s_plotnikov@hotmail.com</a>
<b>E. V. Sundukov</b>	Candidate of Science (Engineering), Head of the Integrated Research Laboratory; JSC Kuznetsov, Samara, Russian Federation; <a href="mailto:motor@kuznetsov-motors.ru">motor@kuznetsov-motors.ru</a>
<b>A. E. Sundukov</b>	Candidate of Science (Engineering), Director; Turbine-SK LLC, Samara, Russian Federation; <a href="mailto:sunduckov@mail.ru">sunduckov@mail.ru</a>

Defects of planetary reduction gearboxes of turboprop engines often cause excitation of high-frequency oscillations that bring about failures of compressor structural elements. The vibration behavior of these reduction gearboxes is a broadband process with the presence of a large quantity of vibration components, which significantly complicates the search for informative diagnostic indicators of defects. In order to simplify the procedure of identifying the vibrations caused by defects of toothed gearing a simulation model of the vibration behavior of a turboprop engine differential gear unit is proposed. The model takes into account kinematics and design of the gearbox, determines the structure of its vibration behavior in the presence of defects on the tooth flanks. Using the example of a commonly occurring defect in the form of wear of the teeth of the “solar gear – satellites” pair the adequacy of the model to the actual vibration behavior of the mechanism is shown.

*Turboprop engine; planetary reduction gearbox; tooth flank defects; vibration diagnostics; simulation model.*

---

*Citation:* Kryuchkov A.N., Plotnikov S.M., Sundukov E.V., Sundukov A.E. Simulation model of oscillations of the “sun gear – satellites” pair of turboprop engine planetary reduction gearbox in the presence of defects of tooth flanks. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2019. V. 18, no. 4. P. 87-95. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-87-95

## References

1. Genkin M.D., Sokolova A.G. *Vibroakusticheskaya diagnostika mashin i mekhanizmov* [Vibroacoustic diagnostics of machines and mechanisms]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1987. 283 p.
2. *Aviationskiye zubchatye peredachi i reduktory: spravochnik / pod red. E.B. Vulgakova* [Aviation gears and reducers / edited by E.B. Vulgakov]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1981. 374 p.
3. Eliseev Yu.S., Krymov V.V., Nezhurin I.P., Novikov V.S., Ryzhov N.M. *Proizvodstvo zubchatykh koles gazoturbinnikh dvigateley* [Production of gear wheels for gas turbine engines]. Moscow: Vysshaya Shkola Publ., 2001. 493 p.
4. Chuyko V.M. A.G. Ivchenko – strategist, organizer, scientist, designer. *Conversion in Mechanical Engineering*. 2004. No. 4. P. 103-106. (In Russ.)
5. Kurushin M.I., Balyakin V.B., Kurushin A.M. Experimental investigation of the courses of vibration excitation of elements of gas turbine engines with a differential reduction gearbox. *Izvestiya Samarskogo Nauchnogo Tsentra RAN*. 2014. V. 16, no. 4. P. 132-136. (In Russ.)
6. *Vibratsiya energeticheskikh mashin: spravochnoe posobie / pod red. N.V. Grigor'eva* [Vibration of energy-converting machinery: reference book / ed. by N.V. Grigorev]. Leningrad: Mashinostroenie Publ., 1974. 464 p.
7. Avramenko A.A., Kryuchkov A.N., Plotnikov S.M., Sundukov E.V., Sundukov A.E. Refining methods of vibration diagnostics of wear of turbo-prop engine differential speed reduction unit gear teeth. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2018. V. 17, no. 3. P. 16-26. DOI: 10.18287/2541-7533-2018-17-3-16-26. (In Russ.)
8. Kostyukov V.N., Naumenko A.P., Boychenko S.N., Tarasov E.V. *Osnovy vibroakusticheskoy diagnostiki mashinnogo oborudovaniya: uch. posobie* [Fundamentals of vibroacoustic diagnostics of machinery. Study guide]. Omsk: NTTs «Dinamika» Publ., 2007. 286 p.