

## **МОДЕЛЬ ШИРИНЫ СПЕКТРАЛЬНОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ ЗУБЦОВОЙ ГАРМОНИКИ РЕДУКТОРА ТУРБОВИНТОВОГО ДВИГАТЕЛЯ**

© 2023

**А. Е. Сундуков**

кандидат технических наук, технический директор;  
ООО «ПКФ «ТСК», г. Самара;  
[sunduckov@mail.ru](mailto:sunduckov@mail.ru)

**Е. В. Шахматов**

академик Российской академии наук, заведующий кафедрой  
автоматических систем энергетических установок;  
Самарский национальный исследовательский  
университет имени академика С.П. Королёва;  
[shakhm@ssau.ru](mailto:shakhm@ssau.ru)

Ширина спектральных составляющих роторных машин определяется частотной модуляцией несущей от девиации частоты вращения ротора на стационарном режиме работы. Показано, что для зубцовой спектральной составляющей учёт только этого фактора недостаточен. Анализ литературных источников и выполненные исследования показывают, что она определяется также влиянием ряда других факторов: технологических (погрешности изготовления и сборки зубчатого зацепления), характеристикими режима работы (частота вращения, температура, передаваемая нагрузка), конструктивными (податливость деталей приводов, модификация рабочей поверхности зуба), а также неравномерным износом боковых поверхностей зубьев. На примере планетарного редуктора турбовинтового двигателя рассмотрена структура ширины зубцовой спектральной составляющей от рассмотренных факторов. На основе статистики по исследованию вибрации восемнадцати редукторов отремонтированных двигателей обоснован выбор соотношения для ширины спектральной составляющей частотно-модулированного процесса, дающий наиболее близкое соответствие экспериментальным данным. Предложена математическая модель ширины зубцовой спектральной составляющей отремонтированных и вновь изготовленных редукторов в виде произведения постоянного коэффициента и суммы дисперсий девиации частоты. Представлена зависимость для редукторов с износом при добавлении дисперсии от износа. Показано, что для случая максимального износа его часть в полной ширине составляет около 50%, а часть частотной модуляции от работы системы управления относительного постоянства частоты вращения ротора на стационарном режиме работы двигателя равна половине от остальных факторов.

*Частотная модуляция зубцовой гармоники; амплитудная модуляция зубцовой составляющей; ширина спектра вибрации зубчатого зацепления; девиация частоты ротора; диагностика дефектов редуктора; критерий Стьюдента*

---

**Цитирование:** Сундуков А.Е., Шахматов Е.В. Модель ширины спектральной составляющей зубцовой гармоники редуктора турбовинтового двигателя // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2023. Т. 22, № 4. С. 135-144. DOI: 10.18287/2541-7533-2023-22-4-135-144

### **Введение**

Использование вибродиагностики технического состояния роторных машин получило к настоящему времени широкое применение [1]. Это связано с тем, что среди существующих методов неразрушающего контроля данный подход является наиболее эффективным [2; 3]. При решении задач вибродиагностики дефектов наибольшее распространение получил спектральный анализ [4]. Характеристикой степени развития дефекта является интенсивность спектральной составляющей на её диагностической частоте. При расчёте автоспектра неизбежно встаёт вопрос о выборе ширины фильтра, обеспечивающего оценку полной интенсивности исследуемой составляющей. Это реализуется в случае согласованной фильтрации, то есть равенстве ширины анализирующего фильтра ширине спектральной составляющей. Поэтому необходимо в каждом случае знать её фактическую ширину. Подавляющее большинство источников вибра-

ции роторных машин кинематически связаны с их роторами. В этом случае ширина спектральной составляющей определяется в функции частотной модуляции гармонической несущей от девиации частоты вращения ротора на стационарном режиме работы машины. Для авиационных газотурбинных двигателей эта девиация определяется работой системы поддержания относительного постоянства частоты вращения его ротора на стационарном режиме работы. Однако для некоторых спектральных составляющих роторных машин, например зубцовых, сепараторной гармоники вибрации подшипников качения, учёт влияния только этого фактора оказывается недостаточным. Знание фактической ширины составляющих вибрации обеспечивает объективную оценку их параметров. Исследования и анализ литературных источников показывают, что зубцовая спектральная составляющая имеет более сложный механизм формирования её ширины. Она определяется, помимо указанного фактора, величиной кинематической погрешности и её ростом в процессе эксплуатации машины. Её величина зависит от ряда факторов: технологических (погрешности изготовления и сборки зубчатого зацепления), эксплуатационных (частота вращения, температура, передаваемая нагрузка), конструктивных (податливость деталей приводов, модификация рабочей поверхности зубьев), износа боковых поверхностей зубьев в процессе эксплуатации [5 – 9]. Следует отметить, что использование характеристик частоты позволяет решить проблему, связанную с изменением вибрационного состояния двигателя при его перестановке со стенда на объект и расширить перечень анализируемых сигналов [10 – 12].

### **Постановка задачи и метод решения**

Цель работы – разработка модели ширины зубцовой спектральной составляющей вибрации и оценка долей её ширины от отмеченных влияющих факторов на примере зубчатого зацепления редуктора турбовинтового двигателя. Принято, что ширина зубцовой спектральной составляющей определяется только частотной модуляцией гармонической несущей узкополосным случайным процессом от рассматриваемых влияющих факторов. На основе оценки известных соотношений, связывающих ширину спектральной составляющей с характеристиками частотно-модулирующего процесса, обоснован выбор зависимости, дающей наиболее близкие значения соответствующим экспериментальным данным. На примере зубцовой гармоники вибрации редуктора одного из турбовинтовых двигателей был выполнен анализ её структуры. Исследовалась зубцовая гармоника отремонтированных двигателей и двигателей с разной степенью износа боковых поверхностей зубьев редуктора. Учитывая, что максимальный износ в данном редукторе происходит в паре «солнечная шестерня – сателлиты», анализировалась зубцовая составляющая этой пары [13].

На базе анализа статистических данных фактической ширины зубцовой составляющей отремонтированных редукторов, а также расчёта доли ширины, вызванной частотной модуляцией от работы системы регулирования частоты вращения ротора турбокомпрессора на стационарных режимах, выявлена её структура и дана оценка долей от влияющих факторов. Принято, что ширина роторной спектральной составляющей определяется только девиацией частоты вращения ротора турбокомпрессора от работы системы регулирования на стационарном режиме и она неизменна на исследуемых режимах. Оценка доли ширины спектральной составляющей от фактора «частотная модуляция от работы системы регулирования» выполнена на основе измерения ширины роторной гармоники на рассматриваемом уровне с учётом кратности зубцовой гармоники относительно роторной. Для уменьшения влияния на полученные результаты общего вибрационного фона анализ данных выполнен в режиме спектральной плотности мощности. При этом ширина фильтра выбиралась минимальной при обеспечении относительно гладкой огибающей исследуемой спектральной составляющей. Влияние

ремонта зубчатого зацепления на ширину спектральной составляющей не учитывалось. Анализировалась вибрация с вибропреобразователя, ориентированного в вертикальном направлении на стыке картеров компрессора и редуктора.

## Результаты и их обсуждение

Рассмотрим некоторые известные соотношения, определяющие ширину составляющей спектра в случае учёта частотной модуляции. Проблема связи спектров модулирующего процесса и частотно-модулированного колебания исследовалась применительно к радиотехническим задачам. При этом, как отмечено в [14], авторы исследовали два практических случая: с нулевой средней частотой модулирующего случайного процесса [15] и отличной от нуля [16; 17]. В настоящей работе рассматривается второй случай.

В работе [16] для модулирующей функции в виде стационарного случайного колебания с равномерно распределённой фазой в интервале  $0 \div 2\pi$  и коэффициентом корреляции  $\tau_f$  при  $\bar{F}^2 \tau_f^2 \ll 1$  ( $\bar{F}$  – среднее значение частоты модулирующей функции) показано, что ширина спектра ( $\Pi_{1/e}$ ) модулированного колебания на уровне  $1/e$  относительно максимального значения определяется в виде

$$\Pi_{1/e} = 2\sqrt{\sum_f \sigma_f^2}, \quad (1)$$

где  $\sigma_f^2$  – дисперсия девиации частоты модулирующего колебания.

В [17] ширину спектра при частотной модуляции узкополосным случайнм процессом с максимальной частотой  $\Omega_a$  на уровне 0,5 от максимального значения при модулирующей функции вида

$$G_a(\omega) = \begin{cases} \frac{1}{\Omega_a} & \text{при } 0 < \omega < \Omega_a, \\ 0 & \text{при } \omega > \Omega_a \end{cases} \quad (2)$$

предложено определять как

$$\Pi_{0,5} = \begin{cases} \frac{\pi \sigma_\omega^2}{\Omega_a} & \text{при } \frac{\sigma_\omega}{\Omega_a} \ll 1 \\ 2\sigma_\omega (2 \ln 2)^{1/2} & \text{при } \frac{\sigma_\omega}{\Omega_a} \gg 1. \end{cases} \quad (3)$$

Авторы работы отмечают, что хотя этот результат получен для модулирующей функции (2), он справедлив и для других видов  $G_a(\omega)$ .

Выбор зависимости в (3) определяется величиной отношения среднеквадратического значения модулирующей частоты к её максимальной величине. Соответствующая оценка по 18 отремонтированным двигателям с использованием параметров первой роторной гармоники показывает, что в (3) следует использовать первое соотношение. По этим же данным выявлено, что наиболее близкие значения по ширине спектральной составляющей даёт соотношение (1).

Получен ряд средних величин, позволяющих оценить ширину зубцовой спектральной составляющей на уровне  $1/e$  от максимального значения и соответствующие доли от влияющих факторов. Учитывая, что влияние частотной модуляции от погрешностей изготовления и сборки, а также конструктивных факторов, можно принять неизменным, оценку влияния режимных факторов можно определить на основе использования разности ширины спектральной составляющей при работе двигателя на режимах работы малый газ и максимальный. Однако для рассматриваемого двигателя используются разные законы управления частотой вращения ротора на малом газу и остальных стационарных режимах. Поэтому вместо режима малый газ использовался режим 0,4Ne (Ne – номинальный режим работы двигателя) с некоторым уменьшением полученной доли ширины спектральной составляющей от данного фактора. Соответствующие экспериментальные данные, осреднённые по 18 отремонтированным двигателям, представлены в табл. 1.

Таблица 1. Средние значения исследуемых параметров отремонтированных двигателей

$\Pi_1$ , Гц	$\Pi_2$ , Гц	$\Pi_3$ , Гц	$\Pi_{\text{чм}}$ , Гц	$\Pi_2 - \Pi_{\text{чм}}$ , Гц	$\Pi_r$ , Гц	$\Pi_\pi$ , Гц
5,68	8,38	0,12	3,94	4,44	2,70	1,74

Здесь  $\Pi_1$  – ширина зубцовой спектральной составляющей на режиме работы двигателя 0,4 Ne;  $\Pi_2$  – ширина зубцовой спектральной составляющей на максимальном режиме работы двигателя;  $\Pi_3$  – ширина роторной спектральной составляющей на максимальном режиме работы двигателя;  $\Pi_{\text{чм}}$  – часть ширины зубцовой спектральной составляющей от частотной модуляции на максимальном режиме работы, вызванная работой системы управления двигателем;  $\Pi_r$  – часть ширины зубцовой спектральной составляющей от влияния режимных (эксплуатационных) факторов;  $\Pi_\pi$  – часть ширины зубцовой спектральной составляющей от погрешностей изготовления и сборки.

Из-за сложности оценки влияния конструктивных факторов на ширину зубцовой спектральной составляющей будем считать, что её часть включена в  $\Pi_\pi$ .

Часть ширины  $\Pi_{\text{чм}}$  определялась как произведение  $\Pi_3$  на кратность зубцовой составляющей (32,82) относительно роторной [13] и равна 3,94 Гц.  $\Pi_r = \Pi_2 - \Pi_1$  (2,70 Гц),  $\Pi_\pi = \Pi_2 - \Pi_{\text{чм}} - \Pi_r$  (1,74 Гц). В процентном выражении эти части составят:  $\Pi_{\text{чм}} = 47,0\%$ ,  $\Pi_r = 32,2\%$ ,  $\Pi_\pi = 20,8\%$ . Следовательно часть ширины зубцовой спектральной составляющей отремонтированного зубчатого зацепления от работы системы поддержания относительного постоянства частоты вращения ротора двигателя составляет около половины полной ширины. Полученные оценки частей ширины зубцовой спектральной составляющей от исследованных факторов являются некоторыми приближёнными оценками и предназначены для выявления её структуры.

Согласно ГОСТ 1643-81 [18] кинематическая погрешность зубчатого зацепления определяется как разность между фактическим и расчётным углами поворота ведомого зубчатого колеса. В параметрах частот вращения зубчатых колёс суммарную кинематическую погрешность от действующих факторов можно определить в виде

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 \frac{z_1}{z_2}, \quad (4)$$

где  $\omega_1, \omega_2$  – соответственно текущие значения частот вращения шестерни и колеса;  $z_1, z_2$  – числа их зубьев.

Текущее значение частоты вращения выходного вала зубчатого зацепления определяется в виде

$$\omega_2 = \omega_1 \frac{z_1}{z_2} + \Delta\omega. \quad (5)$$

Параметр  $\Delta\omega$  определяется действием всех влияющих факторов. Тогда модель ширины зубцовой спектральной составляющей отремонтированного и вновь изготовленного зубчатого зацепления можно определить как

$$\Pi_{1/e} = 2\sqrt{D_{\text{чм}} + D_p + D_\Pi + D_K}, \quad (6)$$

где  $D_{\text{чм}}$  – дисперсия девиации частоты вращения колеса на стационарном режиме работы двигателя, вызванная работой системы управления частотой вращения ротора двигателя на стационарном режиме его работы;  $D_p$  – дисперсия девиации частоты вращения колеса от влияния режимных факторов;  $D_\Pi$  – дисперсия девиации частоты вращения колеса от погрешностей изготовления и сборки зубчатого зацепления;  $D_K$  – дисперсия девиации частоты вращения колеса от влияния конструктивных факторов.

Рассмотрим зависимость параметра  $\Pi_2$  от величины износа боковых поверхностей зубьев. При исследовании рассматривались четыре варианта износа [13]:

- 1) текущий – максимальный износ зубьев солнечной шестерни относительно эвольвенты после последнего ремонта;
- 2) текущий полный – максимальный износ зубьев солнечной шестерни относительно исходной эвольвенты;
- 3) текущий суммарный – сумма максимальных износов зубьев солнечной шестерни и сателлитов относительно эвольвента после последнего ремонта;
- 4) суммарный полный – сумма максимальных износов зубьев солнечной шестерни и сателлитов относительно исходных эвольвент.

Значимость парного коэффициента корреляции ( $r$ ) проверяется на основе  $t$ -критерия Стьюдента [19]. Расчёт параметра  $t$  выполняется по соотношению

$$t = \left| \frac{r^2}{1-r^2} (n-2) \right|^{\frac{1}{2}}, \quad (7)$$

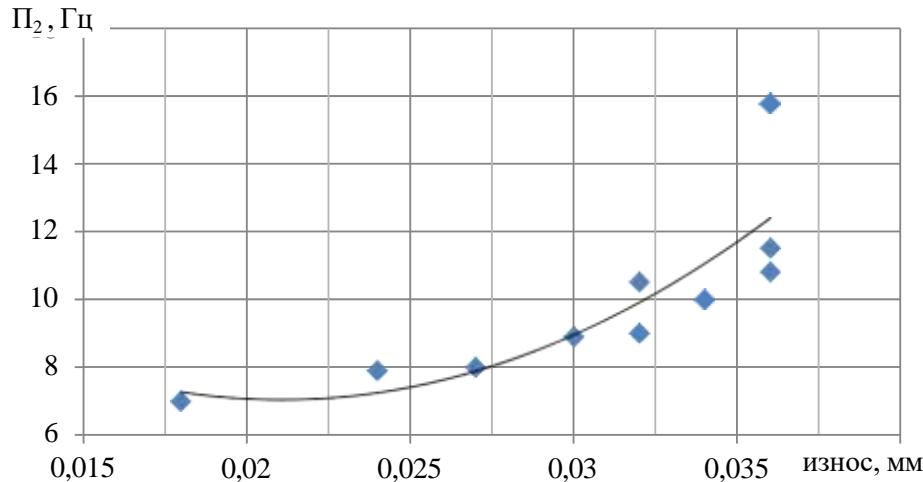
где  $n$  – объём статистики.

Если  $t > t_{\text{кр}}$  ( $t_{\text{кр}}$  – критическое значение, определяемое по соответствующей таблице при заданном значении уровня значимости  $P$  и объема статистики  $n$ ), коэффициент корреляции признается значимым и даётся заключение о тесной статистической взаимосвязи между исследуемыми параметрами. В технических приложениях принято использовать  $P = 0,05$ . Выполненный анализ показывает, что значимым следует принять коэффициент корреляции  $r = 0,77$  для суммарного полного износа. Соответствующие данные представлены в табл. 2.

Соответствующая графическая зависимость приведена на рис. 1.

Таблица 2. Зависимость параметра  $\Pi_2$  от суммарного полного износа

Износ, мм	0,018	0,024	0,027	0,030	0,032	0,032	0,034	0,036	0,036	0,036
$\Pi_2$ , Гц	7,0	7,9	8,0	7,0	9,0	10,5	10,0	10,8	11,5	15,8

Рис. 1. Зависимость ширины зубцовой спектральной составляющей от величины суммарного полного износа,  $r = 0,77$ 

Уравнение аппроксимации имеет вид:

$$y = 23972x^2 - 1010x + 17,70. \quad (8)$$

Анализ полученных данных показывает:

- до величины суммарного полного износа 0,030 мм наблюдается незначительный рост ширины зубцовой спектральной составляющей, близкий к линейному и с этой величиной износа отмечается превышение этого параметра над средним значением для отремонтированных редукторов;

- в интервале значений величины износа 0,030...0,036 мм виден более интенсивный рост ширины, близкий к экспоненциальному;

- для максимального значения полученной ширины зубцовой спектральной составляющей (15,8 Гц) с учётом величины  $\Pi_2$  можно показать, что доля её ширины от исследуемых выше факторов составляет 53%, от износа боковых поверхностей зубьев – 47%. При использовании данных по аппроксимирующей кривой доля от износа составляет 33%.

Модель ширины зубцовой спектральной составляющей на уровне  $1/e$  от максимального значения при наличии износа боковых поверхностей зубьев можно определить в виде

$$\Pi_{1/e} = 2\sqrt{2}(D_{ЧМ} + D_{Р} + D_{П} + D_{К} + D_{изн}), \quad (9)$$

где  $D_{изн}$  – дисперсия девиации частоты от износа боковых поверхностей зубьев.

Таким образом, соотношения (4) и (5) определяют вид моделей ширины зубцовой спектральной составляющей на уровне  $1/e$  относительно максимального значения для

отремонтированных и изготовленных зубчатых зацеплений, а также зубчатых зацеплений при наличии износа. Для рассмотренного случая основным определяющим фактором, влияющими на ширину зубцовой спектральной составляющей, является её частотная модуляция, вызванная:

- работой системы управления относительным постоянством частоты вращения ротора двигателя на стационарном режиме его работы;
- эксплуатационными характеристиками работы зубчатого зацепления (частота вращения, передаваемая нагрузка, температура);
- износом боковых поверхностей зубьев.

Использование полученных результатов позволяет более точно оценивать интенсивность зубцовых спектральных составляющих и в ряде случаев выявить износ по оценке только интенсивности первой зубцовой гармоники вместо интенсивности  $n$ -мерного вектора от ряда кратных зубцовых гармоник. Выявление структуры ширины зубцовой спектральной составляющей открывает возможности разработки новых диагностических признаков износа боковых поверхностей зубьев.

### **Выводы**

Выполненные исследования позволили обосновать выбор соотношения, определяющего ширину зубцовой спектральной составляющей от девиации частоты вращения зубчатых колёс при работе машины на стационарном режиме.

Показано, что в общем случае ширина зубцовой спектральной составляющей определяется влиянием следующих факторов: технологических (погрешности изготовления и сборки), эксплуатационных (частота вращения, температура, передаваемая нагрузка), конструктивных (податливость деталей передачи, модификация рабочих поверхностей зубьев), частотной модуляцией от девиации частоты вращения ротора газотурбинного двигателя, вызванной работой системы регулирования и износом боковых поверхностей зубьев в процессе эксплуатации.

На примере дифференциального редуктора турбовинтового двигателя оценён вклад этих факторов в полную ширину зубцовой спектральной составляющей. Установлено, что при суммарном полном износе в 0,036 мм доля от износа в формировании ширины может составлять до 50%. При этом доля частотной модуляции от работы системы регулирования составляет около половины от остальных влияющих факторов.

Предложены соотношения, определяющие модель ширины зубцовой спектральной составляющей отремонтированного и вновь изготовленного зубчатого зацепления, а также зубчатого зацепления при наличии износа боковых поверхностей зубьев.

### **Библиографический список**

1. Бигус Г.А., Даниев Ю.Ф., Быстрова Н.А., Галкин Д.И. Основы диагностики технических устройств и сооружений. М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2018. 445 с.
2. Неразрушающий контроль. Справочник в 7 т. Т. 7, кн. 2. Вибродиагностика / под ред. В.В. Клюева. М.: Машиностроение, 2005. 828 с.
3. Skeinik R., Petersen D. Automated fault detection via selective frequency band alarming in PC-based predictive maintenance systems. CSI, Knaxville, TN 37923, USA.
4. Русов В. А. Диагностика дефектов вращающегося оборудования по вибрационным сигналам. Пермь: Вибро-Центр, 2012. 252 с.

5. Гудков П.А. Комплексное исследование структуры технологических погрешностей зубчатых колёс // Вестник Курганского государственного университета. Серия: Технические науки. 2010. № 1 (17). С. 174-175.
6. Забелин Д.А. Влияние погрешностей изготовления и сборки зубчатых передач на их кинематическую точность // Вестник Белорусско-Российского университета. 2009. № 2 (23). С. 78-87. DOI: 10.53078/20778481\_2009\_2\_78
7. Кожаринов Е.В., Калинин Д.В., Голованов В.В. Снижение вибранапряжённости авиационных зубчатых передач // Авиационные двигатели. 2020. № 1 (6). С. 57-64. DOI: 10.54349/26586061\_2020\_1\_57
8. Кудрявцев Л.А., Колчин О.М., Тишин И.Ф., Севастьяненко А.Н., Уваров А.А. Кинематическая погрешность зубчатых передач в квазистатических и динамических условиях // Измерительная техника. 1988. № 10. С. 20-21.
9. Сундуков А.Е. Диагностические признаки износа боковых поверхностей зубьев на основе анализа параметров зубцовой спектральной составляющей // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2022. Т. 21, № 3. С. 141-149. DOI: 10.18287/2541-7533-2022-21-3-141-149
10. Вуль В.М., Попков В.И., Агафонов В.К., Бакланов В.С. Исследование динамических характеристик двигателя, стенда и объекта в местах опорных связей // Сб. трудов «Вибрационная прочность и надёжность двигателей и систем летательных аппаратов». Вып. 7. Куйбышев: КУАИ, 1980. С. 62-68.
11. Baklanov V.S. Evaluation of engine health monitoring using result of research into the dynamic flexibility of cases // Proceedings of the International Meeting «Engine Health Monitoring-93» (SAE, CIAM, St. Petersburg, 1993). V. 1.
12. Сундуков А.Е., Шахматов Е.В. Оценка влияния места постановки двигателя и типа воздушного винта на диагностические признаки износа зубьев его редуктора // Вестник Московского авиационного института. 2022. Т. 29, № 4. С. 208-218. DOI: 10.3475/vst-2022-4-208-218
13. Авраменко А.А., Крючков А.Н., Плотников С.М., Сундуков Е.В., Сундуков А.Е. Совершенствование методов вибродиагностики износа зубьев шестерён дифференциального редуктора турбовинтового двигателя // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технология и машиностроение. 2018. Т. 17, № 3. С. 16-26. DOI: 10.18287/2541-7533-2018-17-3-16-26
14. Зиатдинов С.И., Осипов Л.А. Спектр гармонического колебания при частотной модуляции случайным сигналом // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 2020. Т. 63, № 3. С. 206-212. DOI: 10.17586/0021-3454-2020-63-3-206-212
15. Перов А.И., Замолодчиков В.Н., Чиликин В.М. Радиоавтоматика: учеб. для ВУЗов. М.: Радиотехника, 2014. 320 с.
16. Рытов А.М. Введение в статистическую радиофизику. Ч. I. Случайные процессы. М.: Наука, 1976. 496 с.
17. Астайкин А.И., Помазков А.П. Теоретические основы радиотехники. Ч. II. Основы теории сигналов. Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2004. 332 с.
18. ГОСТ 1643-81. Основные нормы взаимозаменяемости. Передачи зубчатые цилиндрические. Допуски. М.: ИПК Издательство стандартов, 2003. 44 с.
19. Соколов Г.А., Сагитов Р.В. Введение в регрессионный анализ и планирование регрессионных экспериментов в экономике: учеб. пособие. М.: ИНФРА-М, 2010. 202 с.

## MODEL OF THE TURBOPROP ENGINE REDUCTION GEAR TOOTH HARMONIC SPECTRAL COMPONENT

© 2023

**A. E. Sundukov**

Candidate of Science (Engineering), Engineering Director;  
PKF TSK, LLC, Samara, Russian Federation;  
[sunduckov@mail.ru](mailto:sunduckov@mail.ru)

**E. V. Shakhmatov**

Academician of the Russian Academy of Sciences,  
Head of the Department of Power Plant Automatic Systems;  
Samara National Research University, Samara, Russian Federation;  
[shakhm@ssau.ru](mailto:shakhm@ssau.ru)

The width of spectral components in rotary machines is determined by the frequency modulation of the carrier from the rotor speed deviation in the stationary operation mode. It was shown that, for the tooth spectral component, it is not enough to take into account this factor only. The analysis of publications and the studies performed show that it is also determined by the effect of many other factors: process-related ones (errors in manufacturing and assembly of gear wheels), operation mode parameters (rpm, temperature, transmitted load); design-related factors (flexibility of drive parts; modification of the tooth face), as well as uneven wear of tooth flanks. Using the planetary gearbox of a turboprop engine as an example, the structure of the tooth spectral component width in function of the analyzed influencing factors was considered. Based on the vibration statistics for eighteen gearboxes in overhauled engines, the choice of a ratio for the spectral component width of a frequency modulated process was justified. This choice showed readings closest to the corresponding experimental data. For the vibration of ten gearboxes with different degrees of tooth flank wear, the corresponding dependence of the width on the wear is presented. A mathematical model for the tooth spectral component width in overhauled and newly manufactured gearboxes as the product of the constant coefficient with the deviation dispersion sum from the considered factors was proposed. The same dependence was also given for gearboxes with wear when adding the dispersion from wear to the dispersion sum. It was demonstrated that, for the presented case of the maximum wear, its fraction in the total width was about 50%, whereas the fraction of the frequency modulation from the operating system of adjusting relative rotor speed constancy in the stationary engine operation mode was equal to half of all the other factors.

*Frequency modulation of the tooth harmonic; amplitude modulation of the tooth component; gear vibration spectrum width; rotor frequency deviation; gearbox defect diagnostics; Student's test*

---

**Citation:** Sundukov A.E., Shakhmatov E.V. Model of the turboprop engine reduction gear tooth harmonic spectral component. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2023. V. 22, no. 4. P. 135-144.  
DOI: 10.18287/2541-7533-2023-22-4-135-144

### References

1. Bigus G.A., Daniev Yu.F., Bystrova N.A., Galkin D.I. *Osnovy diagnostiki tekhnicheskikh ustroystv i sooruzhenii* [Fundamentals of diagnostics of technical devices and structures]. Moscow: Bauman Moscow State Technical University Publ., 2018. 445 p.
2. Nerazrushayushchiy kontrol'. *Spravochnik v 7 t. T. 7, kn. 2. Vibrodiagnostika / pod red. V.V. Klyueva* [Nondestructive testing: Handbook. In 7 volumes. V. 7. Book 2. Vibration-based diagnostics / ed. by V.V. Klyuev]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 2005. 828 p.
3. Skeinik R., Petersen D. Automated fault detection via selective frequency band alarming in PC-based predictive maintenance systems. CSI, Knaxville, TN 37923, USA.
4. Rusov V. A. *Diagnostika defektov vrashchayushchegosya oborudovaniya po vibratsionnym signalam* [Diagnosis of rotating equipment defects by vibration signals]. Perm: Vibro-Tsenter Publ., 2012. 252 p.
5. Gudkov P.A. Complex research of structure of technological errors of cogwheels. *Vestnik Kurganskogo Gosudarstvennogo Universiteta. Seriya: Tekhnicheskie Nauki*. 2010. No. 1 (17). P. 174-175. (In Russ.)

6. Zabelin D.A. Influence of manufacturing errors and assembly of gear transmission on their kinematic accuracy. *Vestnik Belorussko-Rossiyskogo Universiteta*. 2009. No. 2 (23). P. 78-87. (In Russ.). DOI: 10.53078/20778481\_2009\_2\_78
7. Kozharinov E.V., Kalinin D.V., Golovanov V.V. Reduction of aviation gear's vibration. *Aviation Engines*. 2020. No. 1 (6). P. 57-64. (In Russ.) DOI: 10.54349/26586061\_2020\_1\_57
8. Kudryavtsev L.A., Kolchin O.M., Tishin I.F., Sevast'yanenko A.N., Uvarov A.A. Kinematic error of gear drives under quasistatic and dynamic conditions. *Measurement Techniques*. 1988. V. 31, Iss. 10. P. 956-958. DOI: 10.1007/BF00864873
9. Sundukov A.E. Diagnostic indicators of tooth flank wear based on the analysis of tooth spectral component parameters. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2022. V. 21, no. 3. P. 141-149. (In Russ.). DOI: 10.18287/2541-7533-2022-21-3-141-149
10. Vul' V.M., Popkov V.I., Agafonov V.K., Baklanov V.S. Issledovanie dinamicheskikh kharakteristik dvigatelya, stenda i ob"ekta v mestakh opornykh svyazey. *Sb. trudov «Vibratsionnaya prochnost' i nadezhnost' dvigateley i sistem letatel'nykh apparatov»*. Iss. 7. Kuybyshev: Kuybyshev Aviation Institute Publ., 1980. P. 62-68. (In Russ.)
11. Baklanov V.S. Evaluation of engine health monitoring using result of research into the dynamic flexibility of cases. *Proceedings of the International Meeting «Engine Health Monitoring-93 (SAE, CIAM, S. Petersburg, 1993)*. V. 1.
12. Sundukov A.E., Shakhmatov E.V. Evaluation of both engine placement and propeller type effect on the diagnostic signs of its gearbox teeth wear. *Aerospace MAI Journal*. 2022. V. 29, no. 4. P. 208-218. DOI: 10.34759/vst-2022-4-208-218
13. Avramenko A.A., Kryuchkov A.N., Plotnikov S.M., Sundukov E.V., Sundukov A.E. Refining methods of vibration diagnostics of wear of turbo-prop engine differential speed reduction unit gear teeth. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2018. V. 17, no. 3. P. 16-26. (In Russ.). DOI: 10.18287/2541-7533-2018-17-3-16-26
14. Ziatdinov S.I., Osipov L.A. Harmonic oscillation spectrum under frequency modulation by a random signal. *Journal of Instrument Engineering*. 2020. V. 63, no. 3. P. 206-212. (In Russ.). DOI: 10.17586/0021-3454-2020-63-3-206-212
15. Perov A.I., Zamolodchikov V.N., Chilikin V.M. *Radioavtomatika: ucheb. dlya VUZov* [Radio automatics. Textbook for higher education institutions]. Moscow: Radiotekhnika Publ., 2014. 320 p.
16. Rytov A.M. *Vvedenie v statisticheskuyu radiofiziku. Ch. I. Sluchaynye protsessy* [Introduction to statistical radio physics]. Moscow: Nauka Publ., 1976. 496 p.
17. Astaykin A.I., Pomazkov A.P. *Teoreticheskie osnovy radiotekhniki. Ch. II. Osnovy teorii signalov* [Theoretical fundamentals of radio engineering. Part Two. Fundamentals of signal theory]. Sarov: RFYaTs-VNIIEF Publ., 2004. 332 p.
18. GOST 1643-81. Basic requirements for interchangeability. Cylindrical gearings. Tolerances. Moscow: IPK Izdatel'stvo Standartov Publ., 2003. 44 p. (In Russ.)
19. Sokolov G.A., Sagitov R.V. *Vvedenie v regressionnyy analiz i planirovanie regressionnykh eksperimentov v ekonomike: ucheb. posobie* [Introduction to regression analysis and designing regression experiments in economics]. Moscow: INFRA-M Publ., 2010. 202 p.